

Etude de la surface libre engendrée par un tourbillon:

Soit un récipient rempli d'eau. On crée un tourbillon de vecteur $\vec{\Omega} = \Omega_0 \vec{u}_z$ au centre de ce récipient, dans un cylindre de rayon a (l'axe Oz est vertical ascendant). On suppose que, au repos, le fluide occupe le demi-espace $z < 0$.

1. Déterminer le champ des vitesses en tout point de l'espace. On distinguera les cas $r < a$ et $r > a$.
2. Déterminer le champ des accélérations en tout point de l'espace. On utilisera pour l'accélération convective l'expression :

$$\frac{1}{2} \overrightarrow{grad}(v^2) + \overrightarrow{rot}(\vec{v}) \wedge \vec{v}$$

3. Donner l'expression du champ des pressions dans les cas $r < a$ et $r > a$. On utilisera les conditions aux limites suivantes :
 - continuité de la pression en $r = a$,
 - surface libre non perturbée par le tourbillon loin de l'axe Oz .
4. Définir la surface libre. Donner son expression et la dessiner.