

Caractère galiléen approché du référentiel terrestre:

Exercice 1. *Si la Terre tournait plus vite :*

Quelle devrait-être la vitesse de rotation de la Terre sur elle même (ainsi que la durée du jour correspondante) pour qu'il n'y ait pas de pesanteur à l'équateur ?

Données :

- Rayon de la Terre : $R = 6400\text{km}$.
- Accélération de pesanteur au pôle Nord : $g_0 = 9,8\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Exercice 2. *Champ de pesanteur et latitude :*

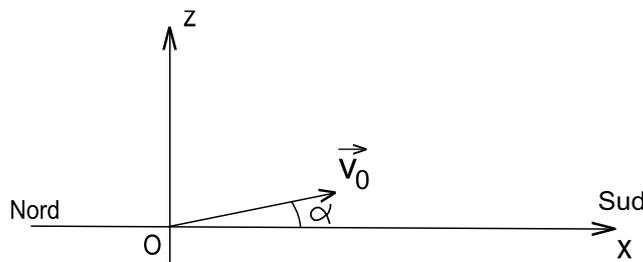
1. Donner la définition du champ de pesanteur terrestre \vec{g} .
2. Définir la verticale. Montrer à l'aide d'un schéma qu'elle ne passe pas par le centre de la Terre.
3. Calculer le champ de pesanteur g_0 aux pôles.
4. Calculer le champ de pesanteur g_{equateur} à l'équateur.

Données :

- $R = 6,38 \cdot 10^6\text{m}$.
- $G = 6,672 \cdot 10^{-11}\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$.
- $m_T = 5,98 \cdot 10^{24}\text{kg}$.

Exercice 3. *Effet de la force de Coriolis sur un projectile :*

Un projectile, assimilable à un point matériel de masse m est lancé depuis un point O du sol, à la latitude λ dans l'hémisphère nord. La vitesse initiale \vec{v}_0 située dans le plan méridien passant par O fait un angle α avec l'horizontale Ox orientée nord-sud. Oz est la verticale ascendante.



On néglige la résistance de l'air, g est supposé uniforme, on néglige la courbure de la Terre et la variation de λ .

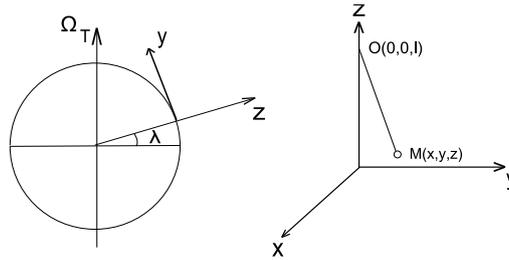
1. Calculer sans tenir compte de la force de Coriolis, les composantes de la vitesse du projectile sur Ox , Oy et Oz .

2. On suppose qu'on peut calculer la force de Coriolis en utilisant l'expression de la vitesse trouvée en 1. (Quelle méthode utilise-t-on ?). Déterminer dans cette approximation $x(t), y(t)$ et $z(t)$. Calculer la durée du trajet, la portée et la déviation de la position du point de chute due à la force de Coriolis.

3. Application numérique avec $\lambda = 45^\circ$, $\alpha = 6^\circ$ et $v_0 = 800 \text{ m.s}^{-1}$.

Exercice 4. Pendule de Foucault :

Un pendule simple de longueur l , porte une masse ponctuelle m en M . Il est accroché en un point O fixe de la verticale du lieu notée Oz , à la latitude λ sur Terre. On note Ω_T la vitesse angulaire de rotation de la Terre autour de l'axe des pôles. On se limite à des oscillations de faible amplitude. A la date $t = 0$, On lâche le pendule sans vitesse initiale à l'abscisse x_0 sur l'axe Ox .



1. Montrer que les équations du mouvement s'écrivent dans le plan (Oxy) :

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\Omega\dot{y} + \omega_0^2 x = 0 \\ \ddot{y} + 2\Omega\dot{x} + \omega_0^2 y = 0 \end{cases}$$

On précisera les expressions de Ω et ω_0

2. Justifier qualitativement que le pendule, lâché sans vitesse initiale rate tout de même le point O .

3. On étudie maintenant le mouvement en coordonnées polaires :

(a) Ecrire les équations du mouvement projetées sur les directions radiale et orthoradiale.

(b) Calculer $\frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2 \dot{\theta})$. En déduire que (intégrale première du mouvement) :

$$r^2 \dot{\theta} = \Omega(x_0^2 - r^2)$$

(c) A l'aide des questions précédentes, trouver une équation différentielle vérifiée par r . En déduire les valeurs extrêmes de r en fonction de x_0 , Ω et ω_0 .

Exercice 5. Limite de Roche :

La comète Shoemaker-Lévy 9 est passé en juillet 1992 suffisamment près de Jupiter pour se fragmenter en morceaux à cause des "forces de marées" dues à Jupiter. On se propose de déterminer la distance en dessous de laquelle la comète se disloque en s'approchant de Jupiter.

Modèle :

- Jupiter sphérique homogène de rayon $R_J = 71400 \text{ km}$, de masse $M_J = 1,91 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ et de masse volumique μ_J .

- Comète sphérique homogène de masse volumique $\mu_C = 1,00.10^3 \text{kg.m}^{-3}$.
 - Le référentiel "Jupitérocentrique" est galiléen.
 - La comète n'est soumise qu'à l'action gravitationnelle de Jupiter.
 - La comète est en orbite circulaire de rayon d autour de Jupiter ($R_C \ll d$).
1. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique appliquée à un petit volume élémentaire de masse δm , de la comète dans le référentiel "cométocentrique".
 2. On considère que la cohésion de la comète n'est plus assurée si le terme de marée dépasse le champ gravitationnel propre de la comète. En se plaçant à la périphérie de la comète pour comparer les deux termes, en déduire d_{lim} la distance limite à laquelle la comète peut s'approcher de Jupiter sans risque (limite de Roche).