Onde sonore unidimensionnelle:

Un cylindre horizontal, d'axe Ox, de section S constante est rempli d'un fluide non visqueux, compressible. Au repos, une masse dm de ce fluide est compris entre les abcisses x et $x + dx$. La pression est alors P_0 et la masse volumique ρ_0. Les effets de la pesanteur sont négligés.

Après une perturbation, les mouvements de faible amplitude du fluide le long de l'axe Ox sont caractérisés par $\xi(x, t)$, déplacement du fluide en x à l'instant t et $p(x, t) = P(x, t) - P_0$ la surpression (pression acoustique).

1. **Equation d'onde à une dimension - célérité :**
   (a) Donner l'expression (1) de la dilatation δ c'est à dire la variation relative de volume d'une tranche de masse dm.
   (b) Justifier l'utilisation du coefficien χ_S et donner son expression (2) en fonction de δ et p. Eliminer δ entre (1) et (2) : relation (2').
   (c) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique pour l'élément de masse considéré à l'ordre le plus bas (3).
   (d) Déduire de (2') et (3) les équations satisfaites par $\xi(x, t)$ et $p(x, t)$ et donner la célérité des ondes acoustiques.
   (e) Application numérique pour :
   - eau : $\rho_0 = 10^3 kg.m^{-3}$ et $\chi_S = 5.10^{-10} Pa^{-1}$.
   - air : $\gamma = 1,4$, $R = 8,31 J.K^{-1}.mol^{-1}$, $T_0 = 20^{\circ}C$ et $M = 29 g.mol^{-1}$.
2. **Justification de la condition d'adiabaticité :**
   (a) Si la chaleur s'éoulait très rapidement depuis les tranches comprimées (plus chaudes) vers les tranches dilatées (plus froides), l'équilibre thermique se réaliserait instantanément et la transformation serait alors isotherme. Montrer que cela conduirait, pour l'air par exemple à une célérité fausse.
   (b) Une approche plus fine compare la distance parcourue par l'onde de chaleur pendant une période ($x_{chaleur}$) à la distance parcourue par l'onde sonore pendant le même temps (x_{son}), toujours pour l'air.
   - A partir de l'équation de d'Alembert, donner x_{son}.
   - A partir de l'équation de la chaleur de coefficient de diffusion $D = \lambda/\rho_0 c_p$, donner $x_{chaleur}$.
   - On donne la conductivité thermique $\lambda = 2,5.10^{-2} W.m^{-1}K^{-1}$, $\rho_0 = 1,2 kg.m^{-3}$ et $c_p = 10^3 J.K^{-1}kg^{-1}$.

3. **Energie acoustique :**

(a) Donner la densité d'énergie cinétique e_c en fonction de la vitesse particulaire $v = \partial\xi/\partial t$.

(b) A l'équilibre, la pression est P_0 et le volume dV_0. La tranche est amenée jusqu'au volume dV sous la pression finale $P = P_0 + p$. Calculer l'énergie potentielle dE_p acquise par le fluide. On notera dV_i et p_i le volume et la pression intermédiaire. En déduire la densité d'énergie potentielle e_p.

(c) Donner la relation entre la surpression $p(x,t)$ et $v(x,t)$ pour une onde progressive plane se propageant selon les x croissants : $\xi(x,t) = F(t - x/c)$. On pourra noter f(X) la dérivée de F(X) par rapport à X. En déduire la densité d'énergie totale $e = e_c + e_p$.

(d) Que se passe t'il pour une onde progressive plane se propageant selon les x décroissants ?

(e) Que se passe t-il pour une onde stationnaire ?