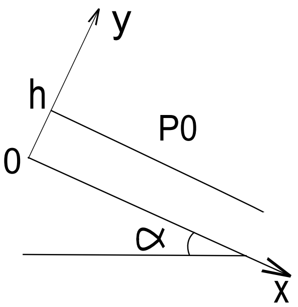
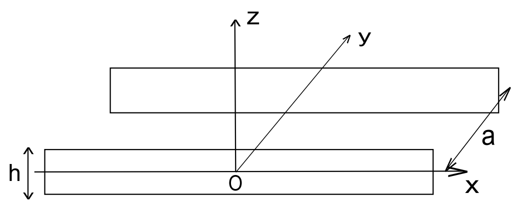
Fluide réel.

Exercice 1. *Ecoulement d'un fluide visqueux le long d'un plan incliné :*
Un fluide de masse volumique ρ, de viscosité η est un écoulement incompressible et permanent le long d'un plan incliné par rapport à l'horizontale d'un angle α.



1. *Justifier l'écriture du champ des vitesses sous la forme : $\overrightarrow{v} = v(y)\overrightarrow{u}_x$.*
2. *Déterminer le champ des pressions et celui des vitesses.*
3. *Représenter le champ des vitesses pour un plan $x = cte$.*
4. *Calculer le débit volumique à travers une section de largeur l et de hauteur h. En déduire la vitesse moyenne de l'écoulement.*
5. *On définit le nombre de Reynolds par $Re = \rho LV/\eta$. Comment calculerait-on ce nombre pour cet écoulement. Pour l'eau, on trouve $Re = 1000$ et pour l'huile, $Re = 1$. Pour quel fluide les calculs précédents sont-ils valables ?*

Exercice 2. *Ecoulement entre deux plaques. Couche limite :*
On considère deux plaques parallèles verticales de hauteur h, de longueur infinie, distante de a. Leurs axes sont dans le même plan horizontal. Le repère Oxyz est défini comme l'indique la figure.



La plaque se trouvant en $y = 0$ est immobile. Celle se trouvant dans le plan $y = a$ est animée d'une vitesse constante $\overrightarrow{v}_0 = v_0\overrightarrow{u}_x$. Entre ces deux plaques, on observe un écoulement stationnaire incompressible d'un fluide réel de masse volumique ρ. L'écoulement, de section a.h, est décrit par le champ des vitesses $\overrightarrow{v} = v(y)\overrightarrow{u}_x$. Son débit volumique est q_v. Le fluide est caractérisé par sa viscosité η et supposé newtonien.

1. *Etablir l'équation différentielle :*

$$\overrightarrow{grad}(\rho g z + P) - \eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \overrightarrow{u}_x = \overrightarrow{0}$$

2. *Etablir la fonction $v(y)$ et représenter le profil de l'écoulement entre les plaques.*
3. *Calculer l'épaisseur de la couche limite au voisinage de la plaque d'équation $x = 0$, à l'intérieur de laquelle la vitesse de l'écoulement est inférieure à $0.9v_0$.*

Exercice 3. *Ecoulement d'un fluide réel en canalisation :*
On considère un fluide incompressible visqueux, de viscosité dynamique η. Ce fluide s'écoule dans une canalisation cylindrique de rayon R et d'axe OX. L'écoulement est supposé stationnaire. L'orientation de l'axe est quelconque. Le débit volumique de l'écouelment est q_v.

1. *Montrer que la densité volumique de la force de viscosité peut se mettre sous la forme :*

$$\overrightarrow{f}_f = \frac{\eta}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) \overrightarrow{u}_X$$

   où r est la distance du point considéré à l'axe de la canalisation et v le module du vecteur vitesse.
2. *Montrer que la pression piézométrique ne dépend que de X.*
3. *On note v_0 la vitesse de l'écoulement sur l'axe OX. Etablir l'expression de $v(r)$ en fonction de v_0, r et R.*
4. *Exprimer v_0 en fonction du débit volumique q_v.*
5. *Exprimer la différence de pression entre deux points de l'axe de la canalisation distant de ΔX dans le cas où cet axe est horizontal.*