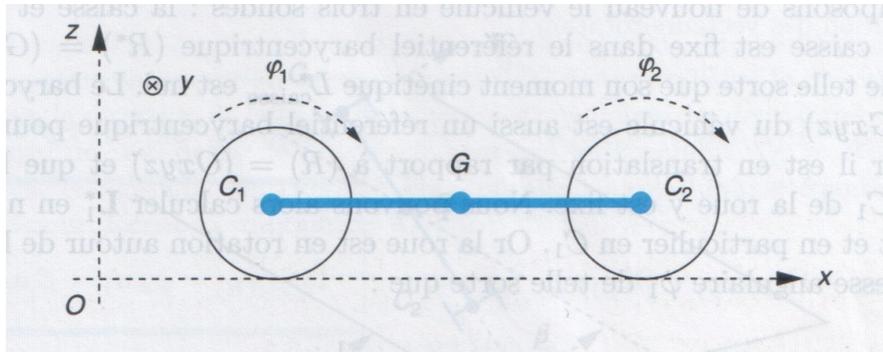


DYNAMIQUE DU SOLIDE

Exercice 1. *Qu'est ce qui fait avancer une automobile ?*

Le mouvement d'une automobile est à priori paradoxal puisque son moteur exerce des forces intérieures qui n'interviennent pas dans les théorèmes généraux et semblent donc à priori sans effet sur le mouvement. Pour lever ce paradoxe, on utilise le modèle simple de véhicule suivant : deux roues de masse m , de rayon R dont le moment d'inertie vaut $J = mR^2/2$ et une barre homogène de masse M et de longueur $2a$.



Initialement, l'automobile est au repos. A partir de $t=0$, le moteur exerce sur la roue avant un couple Γ constant. On note f le coefficient de frottement des roues sur la route. On néglige la résistance de l'air. On modélise les liaisons roue-barre par des pivots parfaits. On pourra simplifier les calculs en utilisant l'approximation suivante : $m \ll M$.

1. Dans le cas du roulement sans glissement, montrer que :

$$\ddot{x} \simeq \frac{\Gamma}{MR}$$

2. Dans le cas du roulement avec glissement, montrer que :

$$\ddot{x} \simeq \frac{fg}{2}$$

On donnera dans chacun des cas la condition pour laquelle l'hypothèse de glissement/non glissement est vérifiée.

Exercice 2. *Effet rétro au billard :*

Une boule homogène de centre G , de masse m et de rayon R se déplace avec un coefficient de frottements f sur un tapis de billard modélisé par un plan horizontal fixe dans un référentiel galiléen dont \vec{u}_y est la verticale ascendante. Le moment d'inertie de la boule vaut $J = 2mR^2/5$. On lance la boule avec une vitesse angulaire initiale $\vec{\Omega}(t=0) = \Omega_0 \vec{u}_z$ et une vitesse initiale $\vec{v}(G; t=0) = v_0 \vec{u}_x$.

1. Montrer que la boule glisse à l'instant $t=0$ et préciser le sens de la vitesse de glissement.
2. On suppose qu'il y a glissement pour $0 < t < t_1$. Déterminer $\vec{v}(G; t) = v(t) \vec{u}_x$, $\vec{\Omega}(t) = \Omega(t) \vec{u}_z$ et la vitesse de glissement $\vec{v}_g(t)$ à la date t_1 .
3. Etudier le mouvement pour $t \geq t_1$. En déduire une condition sur v_0 , R et Ω_0 pour que la boule finisse par se déplacer avec \vec{v} selon $-\vec{u}_x$.