Phénomènes de diffusion:

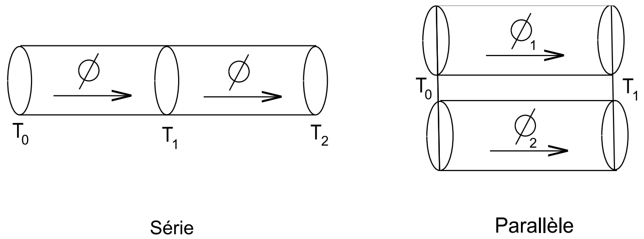
Exercice 1. *Diffusion de la chaleur : régime sinusoïdal :*
On s'interesse à la distribution de température $T(x,t)$ dans un milieu unidimensionnel semi-infini, dont l'extrémité est soumise à une variation sinusoïdale de température : $T(0,t) = T_0 + \theta_0 \cos \omega t$.
On notera $h = \lambda/\rho c$ la diffusivité du matériau. T_0 représente la température moyenne et θ_0 l'amplitude de la variation en surface, supposée assez faible pour que h puisse être considéré comme constant.
On désire connaître les variations de température à l'intérieur du milieu ($x > 0$). On pose $\underline{\theta}(x,t) = \underline{T}(x,t) - T_0$ puis $\underline{\theta}(x,t) = \underline{\alpha}(x) exp(j\omega t)$ (solution sinusoïdale du régime permanent).

1. *Montrer que $\underline{\alpha}$ est solution de :*
$$\frac{d^2\underline{\alpha}}{dx^2} - j\frac{\omega}{h}\underline{\alpha} = 0$$
.
2. *En déduire l'expression de α puis de $T(x,t)$.*
3. *Donner l'expression de la vitesse de phase. Le milieu est-il dispersif ?*
4. *On définit $\delta = \sqrt{\frac{2h}{\omega}}$. Que représente δ ? Calculer δ pour des variations journalières et des variations annuelles (On prendra $h = 7,5.10^{-7} SI$). Conclure.*

Exercice 2. *Résistance thermique :*
On considére une barre cylindrique de section S et de longueur L. On suppose que depuis un temps trés long, la température des extrémités est maintenue aux valeurs suivantes : $T(x=0) = T_0$ et $T(x=L) = T_1$.

1. *Donner l'expression du vecteur densité de courant de chaleur $\overrightarrow{j}_Q$ en fonction de la conductivité thermique λ, de L, T_0 et T_1.*
2. *En déduire l'expression du flux thermique Φ à travers la section S.*
3. *Par analogie avec la loi d'Ohm, définir la résistance thermique R_{th}.*

4. *On considère les associations de résistances thermiques R_{th1} et R_{th2} suivantes :*



   - *Cas 1 : association en série, flux thermique identique (pas de fuite thermique à l'interface).*
   - *Cas 2 : association en parallèle, flux thermiques différents.*

   (a) *Donner la résistance équivalente dans chacun des cas.*

   (b) *Conclure.*

Exercice 3. *Existence de petits mammifères marins :*
On assimile un mammifère marin à un corps sphérique de rayon R dissipant en continu une puissance thermique P dans un milieu environnant homogène de conductivité thermique λ.

1. *La température à grande distance, notée T_∞ est celle de la mer dans lequel vit ce mammifère. Justifier que la température de l'eau à la surface de l'animal s'écrit, en régime stationnaire :*

$$T_S = T_\infty + \frac{P}{4\pi\lambda R}$$

2. *Si l'on admet que la puissance P traduisant le métabolisme d'un animal est proportionnelle à son volume, justifier qu'il existe une valeur minimale de R, donc que l'on observe pas de petits mammifères marins.*
3. *Pourquoi cette justification n'ammène-t-elle pas la même conclusion pour les mammifères terrestres ?*