Cinématique du point:

Exercice 1. *Un point M décrit l'espace avec les coordonnées cartésiennes* $x(t) = t$, $y(t) = 4t^2$ *et* $z(t) = 0$.

1. *Déterminer les expressions du vecteur vitesse et accélération.*
2. *Quelle est la nature de la trajectoire ? La représenter ainsi que* $\overrightarrow{v}$ *à la date initiale.*

Exercice 2. *Une masse accrochée à un ressort a un mouvement d'oscillation rectiligne suivant l'axe Ox, d'amplitude* $X = 10cm$ *et de période* $T = 0.5s$.

1. *Quelle est l'expression littérale de son équation horaire x(t) ?*
2. *Exprimer puis calculer l'accélération maximale* a_{max} *subie par la masse au cours du mouvement.*

Exercice 3. *Coordonnées cylindriques :*

1. *Déterminer les coordonnées cylindriques du point M dont les coordonnées cartésiennes sont (1,1,1).*
2. *Quel est le lieu des points tel que :*
   (a) $r = cte$?
   (b) $\theta = cte$?
   (c) $z = cte$?

Exercice 4. *Un point matériel M décrit dans le plan Oxy une spirale logarithmique dont l'équation en coordonnées polaires est donnée par* $r = r_0.exp(\lambda\theta)$, r_0 *et* λ *étant des constantes positives.* r_0 *est une distance et* λ *est sans dimension.*

1. *Déterminer dans la base* $(\overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta)$, *à l'aide de* $\dot{\theta}$, *les composantes du vecteur vitesse. Montrer que* $\overrightarrow{v}$ *fait avec le vecteur position* $\overrightarrow{r}$ *un angle* α *constant. Calculer cet angle et donner l'allure de la trajectoire de M lorsque* $\lambda = 0.2$.
2. *Déterminer dans la base* $(\overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta)$ *les composantes du vecteur accélération.*
3. *La trajectoire est parcourue d'un mouvement uniforme dans le sens trigonométrique à la vitesse v. Déterminer l'expresion de* $\theta(t)$ *sachant qu'à* $t = 0$, *M est sur l'axe Ox.*

Exercice 5. *Exprimer les coordonnés x, y et z du point M en fonction de r,* θ *et* ϕ *(coordonnées sphériques).*

Exercice 6. *Soit un point M se déplaçant dans le plan Oxy, dont la position est repérée par les ccordonnées polaires θ et r à l'instant t. En supposant que l'accélération du point M reste constament radiale, exprimer $\dot{\theta}$ en fonction de r ; On donne $r(0) = r_0$ et $\dot{\theta}(0) = \omega_0$.*
Aide : on calculera $\frac{1}{r}\frac{d(r^2\dot{\theta})}{dt}$ qu'on comparera à a_θ.

Exercice 7. *Un mobile M décrit une trajectoire (C) d'équation paramétrique $x = r.cos(\omega t)$, $y = r.sin(\omega t)$ et $z = \alpha.t$ où ω, r et α sont des constantes.*

1. *Montrer que le mouvement de M se déduit de la superposition de 2 mouvements que l'on précisera.*
2. *Donner l'expression de la norme v de la vitesse.*
3. *Représenter l'allure de la trajectoire (C).*

Exercice 8. *Un point M décrit dans le plan Oxy une trajectoire parabolique en coordonnées polaires d'équation $r = \frac{k}{1+cos(\theta)}$ (k constante positive).*

1. *Représenter l'allure du graphe pour $k = 2$.*
2. *On suppose que le norme v est proportionnelle à r ($v = \alpha.r$ avec $\alpha \geq 0$),*
   (a) *Quelle est l'équation différentielle reliant $d\theta$ à dt.*
   (b) *Sachant que $\theta = 0$ à $t = 0$, établir la relation entre θ et t.*
   On donne : $\int \frac{dx}{cos(x)} = ln\left|tan(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})\right|$.