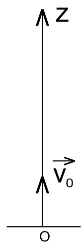
Travail, énergie:

Exercice 1. *Tir avec frottement visqueux :*
On lance, depuis un point O du sol, un projectile avce une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ dirigé suivant l'axe Oz orienté vers le haut. On étudie uniquement le mouvement ascendant du point. L'air exerce sur le point de vitesse v une force de frottement $F_f = kmv^2$ avec $k \geq 0$.

1. *En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre 2 instants voisins, établir une équation différentielle vérifiée par l'énergie cinétique. En déduire l'énergie cinétique et la vitesse du point lorsqu'il atteint l'altitude z.*
2. *Donner l'expression de l'altitude maximale z_m en fonction de k, g et v_0.*
3. *Application numérique avec $v_0 = 100 m.s^{-1}$ et $k = 2.10^{-3} m^{-1}$ (Remarque : $z_{m,vide} = 500m$).*



Exercice 2. *Vitesse de libération :*
On étudie le mouvement d'un point M soumis uniquement à la force gravitationnelle de la Terre dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. A la distance r_0 du centre de la Terre, on lance un point de masse m avec une vitesse radiale positive v_0.

1. *Exprimer son énergie mécanique.*
2. *Pour quelles valeurs de v_0 le point retombe-t-il ? Quelle est la valeur limite de la vitesse à donner au point pour qu'il échappe au champ gravitationnel terrestre ? Cette vitesse est appelée vitesse de libération à la distance r_0.*
3. *Calculer cette valeur lorsque r_0 est le rayon terrestre.*

Exercice 3. *Courbe d'énergie potentielle :*
Un point matériel de masse m est astreint à se déplacer, sans frottement sur un axe horizontal Ox, dans la région $x \geq 0$. Il est soumis à la force $\overrightarrow{F}(x) = (-\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^3})\overrightarrow{u}_x$ avec a et b constantes positives.

1. *Exprimer l'énergie potentielle dont dérive $\overrightarrow{F}$ (on prendra $E_p(\infty) = 0$). Représenter graphiquement $E_p(x)$.*
2. *Trouver la position d'équilibre x_e et discuter sa stabilité.*

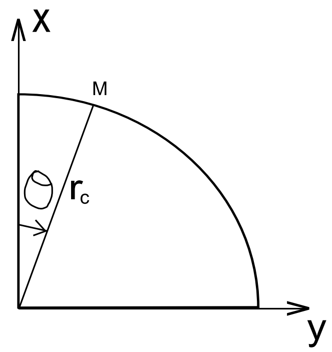
3. *Le point est abandonné sans vitesse initiale en une position repérée par x_0. Décrire suivant la valeur de x_0 le mouvement ultèrieur du point.*
4. *Déterminer une expression approchée de l'énergie potentielle pour x voisin de x_e. En déduire la nature des petites oscillations autour de la position d'équilibre . Retrouver ce résultat en donnant une expression approchée de $F(x)$ pour x voisin de x_e.*

Exercice 4. *Mouvement sous l'action d'une force constante avec frottement fluide en v^2 :*
Un point de masse m est en mouvement, sans frottement solide, suivant un axe horizontal Ox sous l'action d'une force F, colinéaire à cet axe. Il subit d'autre part une force de frottement fluide du type $F_f = kmv^2$ avec k constante positive. A $t = 0$, le point est en O, immobile et on lui applique brusquement F.

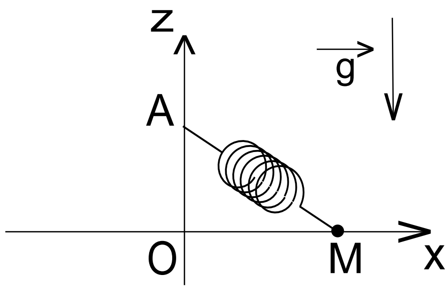
1. *Ecrire la variation d'énergie cinétique du point correspondant à un déplacement élémentaire de x à $x + dx$. En déduire une équation différentielle vérifiée par $E_c(x)$. Représenter le graphe de $E_c(x)$.*
2. *En déduire la valeur de la vitesse lorsque le point a parcouru une distance x. Montrer que la vitesse tend vers une valeur limite. Retrouver cette vitesse limite par une méthode simple.*
3. *Calculer, lorsque le point a parcouru la distance x, les travaux effectués par les différentes forces puis le travail total. Calculer alors ΔE_c. Que vérifie-t-on ?*

Exercice 5. *Théorème de la puissance cinétique :*
On lache sans vitesse initiale, à $t = 0$, un point matériel M de masse m en un point M_0 sur la surface extèrieure d'une sphère fixe de rayon r_c et de centre O. M_0 est repéré par rapport à la verticale ascendante Ox par l'angle θ_0. Le point glisse sans frottement.

1. *Déterminer, en appliquant le théorème de la puissance cinétique l'équation différentelle du mouvement.*
2. *Que devient cette équation différentielle pour un éventuel petit mouvement ($\theta_0 \ll 1$) ? Quelle information la solution $\theta(t)$ obtenue apporte-t-elle ? Est ce qu'elle reste valable en tout instant ?*



Exercice 6. *Equilibre et stabilité d'un point matériel :*
Un point matériel M de masse m est attaché à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0, dont l'autre extrémité est fixée en un point A situé sur un axe vertical ascendant (Oz). La distance entre le point A et le point O est $OA = a$. Le point matériel M est assujetti à se déplacer suivant un axe horizontal (Ox), il coulisse sur cet axe sans frottement ; il est repéré par son abcisse x sur cet axe.



1. *Que peut-on dire de l'énergie potentielle de pesanteur du poit M ? Dans la suite, cette énergie sera prise égale à zéro.*
2. *Exprimer l'énergie potentielle E_p totale du point M, en fonction du paramètre x et des données.*
3. *A partir d'un tableau de variation, en déduire le graphe représentatif de la fonction $E_p(x)$. On distinguera les cas $a < l_0$ et $l_0 < a$.*
4. *En déduire l'existence et la nature des positions d'équilibre du point M.*