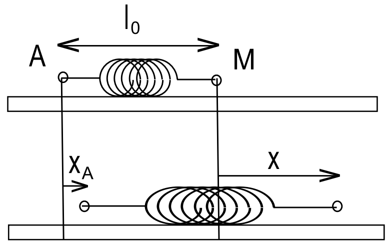
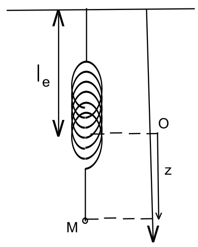
Résonance mécanique:

Exercice 1.
Un point matériel M de masse m peut se déplacer sur un axe horizontal. Il est accroché à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0, dont l'autre extrémitée notée A est soumise à un mouvement rectiligne sinusoïdal du type $x_A(t) = X_A \cos \omega t$. On note x(t) le déplacement du point M par rapport à sa position d'équilibre.



1. *Exprimer l'allongement $\Delta l(t) = l - l_0$ du ressort à la date t, en fonction de x(t) et $x_A(t)$.*
2. *Déterminer l'équation différentielle vérifiée par x(t), en négligeant les frottements et en introduisant la pulsation $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.*
   On suppose que le régime forcé est atteint. On pose $x(t) = X cos(\omega t + \phi)$.
3. *Exprimer l'amplitude complexe $\underline{X}$ du déplacement x(t).*
4. *Exprimer l'amplitude X des oscillations du point M en fonction de la pulsation ω et tracer l'allure du graphe $X(\omega)$. Que se passe-t-il si $\omega = \omega_0$?*

Exercice 2.
Un ressort élastique (k, l_0) de masse négligeable est disposé verticalement. Son extrémité supérieure est fixe et il supporte une masse m. L'action de l'air ambiant se traduit par une force de frottement du type $\overrightarrow{f} = -\alpha \overrightarrow{v}$. Le point M est de plus soumis à l'action d'une force excitatrice $\overrightarrow{f_e} = F \cos \omega t \overrightarrow{u_z}$.



On s'interesse au régime sinusoïdale forcé des variations de $z(t)$.

1. *Donner l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.*

2. *Donner les expressions de $Z = |\underline{Z}|$ et $V = |\underline{V}|$ en fonction de F, α et $Q = \frac{m\omega_0}{\alpha}$ et $\theta = \frac{\omega}{\omega_0}$ (avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$).*
3. *Tracer $V(\theta)$.*
4. *Dans le cas où $\omega = \omega_0$, calculer :*
   - *L'énergie mécanique ΔE dissipée en une période.*
   - *L'énergie cinétique maximale E_{cm}.*
5. *En déduire la valeur de $\frac{E_{cm}}{\Delta E}$. Conclure.*

Exercice 3.

Un ressort élastique (k, l_0) est fixe à une de ses extrémités. A son autre extrémité est attaché une particule M (de masse m) pouvant se déplacer rectilignement le long d'un axe Ox. Cette masse est soumise à une force de frottement fluide $\overrightarrow{f_d} = -\alpha\overrightarrow{v}$ et à une force excitatrice $\overrightarrow{f_e} = F_0 \cos\omega t\overrightarrow{u_x}$.

1. *Etablir l'équation différentielle du mouvement.*
2. *Donner l'expression de $X = |\underline{X}|$ en fonction de $u = \frac{\omega}{\omega_0}$ (avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$).*
3. *Même question avec $V = |\underline{V}|$. Calculer V_{max}.*
4. *Exprimer $< P_d >$ la valeur moyenne de la force de frottement en fonction de V. En déduire $< P_d >_{max}$.*
5. *Montrer que $< P_d > = \frac{< P_d >_{max}}{1+Q^2(\frac{1}{u}-u)^2}$.*
6. *On définit la bande passante par les valeurs de ω telles que $|< P_d >| \geq \frac{|< P_d >_{max}|}{2}$. Montrer que $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$.*