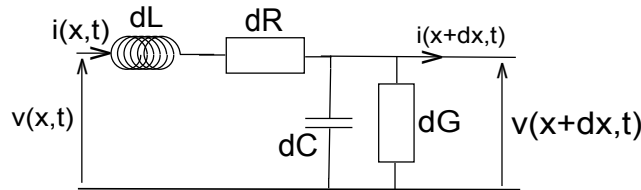


## Propagation dans une ligne bifilaire avec pertes:

Une tranche infinitésimale d'épaisseur  $dx$  d'une ligne électrique bifilaire avec pertes peut être modélisée par le schéma suivant, comportant une inductance élémentaire  $dL = \lambda dx$ , une capacité élémentaire  $dC = \gamma dx$ , une résistance élémentaire  $dR = r dx$  et une conductance élémentaire  $dG = g dx$ . On traite ce circuit de faible dimension dans le cadre de l'ARQS.



### 1. Equation des télégraphistes :

- (a) Etablir deux équations aux dérivées partielles couplées reliant l'intensité  $i(x, t)$  et la tension  $v(x, t)$ .
- (b) En déduire que l'intensité  $i(x, t)$  et la tension  $v(x, t)$  sont chacune solutions d'une équation différentielle (équation des télégraphistes).
- (c) Que deviennent ces équations lorsque  $r = 0$  et  $g = 0$  ?

### 2. Relation de dispersion :

On cherche la solution de  $\underline{v}(x, t)$  sous la forme  $\underline{v}(x, t) = \alpha e^{j(\omega t - kx)}$ .

- (a) Etablir la relation de dispersion.
- (b) On pose  $k = k' + jk''$ . Donner alors l'expression de  $\underline{v}(x, t)$  puis de  $v(x, t)$ . Le milieu est-il dispersif? Le milieu est-il absorbant ?

### 3. Condition de Heaviside :

- (a) Montrer qu'on peut écrire la relation de dispersion sous la forme

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - j \frac{r}{\lambda \omega}\right) \left(1 - j \frac{g}{\gamma \omega}\right)$$

- (b) On suppose que  $\frac{r}{\lambda} = \frac{g}{\gamma}$  (condition de Heaviside). Donner dans ce cas les expressions de  $k'$  et  $k''$ . Le milieu est-il dispersif? Le milieu est-il absorbant ?

### 4. Cas des pertes faibles :

On suppose à présent que les pertes dans la ligne sont faible c'est à dire  $r \ll \lambda \omega$  et  $g \ll \gamma \omega$ .

- (a) Au premier ordre : En utilisant le développement limité  $(1 - x)^{1/2} = 1 - \frac{x}{2} + o(x)$ , donner les expressions de  $k'$  et  $k''$ . Le milieu est-il dispersif? Le milieu est-il absorbant ?
- (b) Au second ordre : En utilisant le développement limité  $(1 - x)^{1/2} = 1 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + o(x^2)$ , donner les expressions de  $k'$  et  $k''$ . Le milieu est-il dispersif? Le milieu est-il absorbant ?