

## TD: calculabilité, décidabilité:

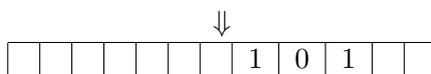
### Exercice 1: Machine de Turing:

Une machine de Turing est une machine imaginaire constituée d'un ruban infini, d'une tête de lecture, d'une tête d'écriture (symbolisées par  $\Downarrow$ ) et d'une table de transition. Le ruban est constitué de cases qui contiennent chacune un symbole. Par défaut, les cases sont blanches. Le ruban peut se déplacer d'une case vers la gauche et vers la droite. Cette machine représente d'une certaine manière un programme.

On s'intéresse à la machine de Turing suivante:

| État | Lecture | Écriture | Déplacement | État suivant |
|------|---------|----------|-------------|--------------|
| E1   | blanc   | blanc    | gauche      | E2           |
| E2   | 0       | 1        | gauche      | E2           |
| E2   | 1       | 0        | gauche      | E2           |
| E2   | blanc   | blanc    | gauche      | Fin          |

Initialement dans l'état initial E1:

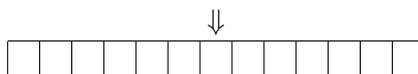


Que fait cette machine de Turing?

**Exercice 2: Autre machine de Turing:** On s'intéresse à la machine de Turing suivante:

| État | Lecture | Écriture | Déplacement | État suivant |
|------|---------|----------|-------------|--------------|
| E1   | blanc   | 1        | gauche      | E2           |
| E2   | blanc   | 0        | gauche      | E1           |

Initialement dans l'état initial E1:

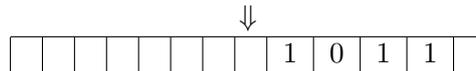


Que fait cette machine de Turing?

**Exercice 3: Machine de Turing multiplicatrice:** Compléter la machine de Turing suivante afin qu'elle multiplie par 2 un nombre écrit en binaire.

| État | Lecture | Écriture | Déplacement | État suivant |
|------|---------|----------|-------------|--------------|
| E1   | blanc   | blanc    | gauche      | E2           |
| E2   | 0       | ...      | ...         | ...          |
| E2   | 1       | ...      | ...         | ...          |
| E2   | blanc   | ...      | ...         | ...          |

Initialement le ruban est dans l'état initial E1 suivant:



**Exercice 4: Machine de Turing avec Python:** On s'intéresse au programme suivant:

```

0 def machine2(ruban, i, etat):
1     while i < len(ruban):
2         if etat == 1:
3             if ruban[i] == None:
4                 ruban[i] = 1
5                 i += 1
6                 etat = 2
7             elif etat == 2:
8                 if ruban[i] == None:
9                     ruban[i] = 0
10                    i += 1
11                    etat = 1
12             else:
13                 i = len(ruban) #utile s'il y a une erreur sur l'etat initial

```

turing1.py

1. A quel exercice correspond la machine de Turing implémentée ici en Python?
2. Expliquer avec précision le fonctionnement de ce programme.
3. On teste cette fonction avec le code suivant:

```

0 r = 20 * [None]
1 machine2(r,0,1)
2 print(r)

```

turing1.py

Quelle va être le ruban en sortie de la machine?

### Exercice 5: Machine de Turing avec Python:

1. Implémenter en Python la machine de Turing de l'exercice 1.
2. Tester votre code à l'aide du ruban de l'exercice 1.

### Exercice 6: Machine de Turing avec Python:

1. Implémenter en Python la machine de Turing de l'exercice 3 (macine multiplicatrice).
2. Tester votre code à l'aide du ruban de l'exercice 3.

### Exercice 7: Problème de l'arrêt en Python: On s'intéresse au programme suivant:

```
0 def machine(prog):
1     if termine(prog, prog):
2         print("termine")
3         while True:
4             print("boucle")
5     else:
6         print("boucle indefiniment")
7
8 def termine(prog, data):
9     return prog is data
```

turing2.py

1. Décrire avec précision les deux fonctions de ce programme.
2. que vaut la variable programme = termine(machine,machine)?
3. Que se passe t-il lorsqu'on exécute machine(machine)?

On s'intéresse au programme suivant:

```
0 def machine(prog):
1     if termine(prog, prog):
2         print("termine")
3         while True:
4             print("boucle")
5     else:
6         print("boucle indefiniment")
7
8 def termine(prog, data):
9     return prog is data
```

turing2.py

4. Décrire avec précision les deux fonctions de ce programme.
5. que vaut la variable programme = termine(machine,machine)?
6. Que se passe t-il lorsqu'on exécute machine(machine)?
7. Conclure.